Física del Curso de Acceso

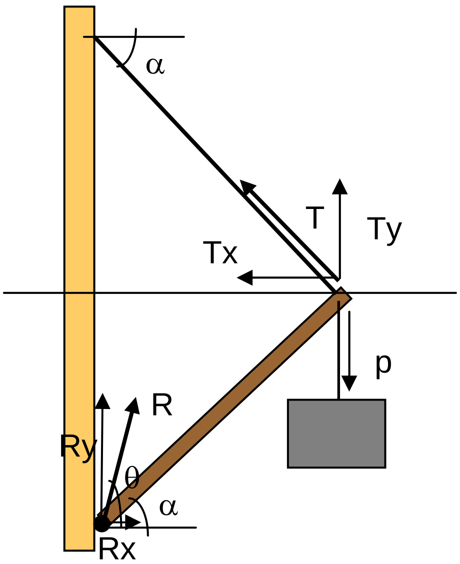
Tema 5. Ampliación de las leyes de Newton

Problema 5 -7. Física preuniversitaria. Tipler

Hallar la fuerza que la articulación ejerce sobre el puntal en el dispositivo representado en la figura en los siguientes casos

a) el puntal no tiene masa
b) el puntal pesa 20 N

Datos: $\alpha$=45ª, p = 60 N




Para que un cuerpo rígido esté en equilibrio se tienen que cumplir dos condiciones:

$\Sigma F = 0$ y $\Sigma\tau = 0$

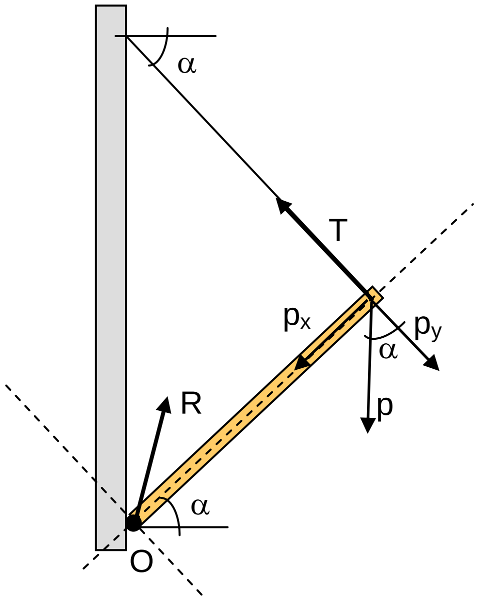
La primera refleja el equilibrio de traslación y la segunda el equilibrio de rotación.
Queremos calcular la fuerza de reacción R que la articulación ejerce sobre el puntal.
Para ello planteamos las dos condiciones de equilibrio:

$$\Sigma F_x = R\cdot\cos\theta - T\cos\alpha = 0$$

$$\Sigma F_y = R\cdot\mathrm{sen}\,\theta + T\mathrm{sen}\,\alpha - p = 0$$

Donde tenemos tres incógnitas: R, $\theta$ y T. Por lo tanto necesitamos una tercera ecuación, que obtenemos del equilibrio de rotación.
El eje de giro respecto del cual está referido el par es arbitrario, una elección adecuada es un eje con origen en la articulación y dirección a lo largo del puntal. Dado que el par o momento de la fuerza es el producto vectorial de la fuerza por el vector distancia al origen ($\tau = F\cdot r\cdot \mathrm{sen}\beta$), la reacción R no tiene momento puesto que está en el origen, y las componentes de T y de p a lo largo del eje tampoco contribuyen, puesto que al ser paralelas al eje el seno del ángulo que forman con él es cero.

Veamos en un esquema cómo se descomponen las fuerzas respecto al eje de giro que hemos elegido.




En el esquema se observa que sólo T y $p_y$ tienen momento no nulo respecto al eje de giro, por lo que la tercera ecuación que necesitamos es

$$\Sigma\tau = T\cdot L - p\cdot\cos\alpha\cdot L = 0$$

Donde L es la longitud del puntal.

De aquí obtenemos que

$$T = p\cdot\cos\alpha$$

Sustituyendo el valor de T en las ecuaciones del equilibrio de la fuerza llegamos a

$$R\cdot\cos\theta - p\cdot\cos^2\alpha = 0$$

$$R\cdot\text{sen}\theta + p\cdot\cos^2\alpha - p = 0$$

Operando y dividiendo ambas ecuaciones llegamos a que

$\text{tg}\theta = 1$ por lo que $\theta = 45º$

Es decir, la reacción va dirigida a lo largo del puntal. Ésta condición parece que la dicta la lógica, pero no la podemos presuponer a la hora de resolver el problema.

Conociendo $\theta$, sólo hay que despejar R de cualquier ecuación, para obtener que

$$R = p\cdot\cos\theta = 42{,}45 \text{ N}$$

En la seguda parte del problema suponemos que el puntal tiene masa. El peso, salvo indicación expresa, está en el centro de gravedad de la barra, que es la mitad de su longitud. Las ecuaciones que se plantean ahora son

$$\Sigma F_x = R\cdot\cos\theta - T\cos\alpha = 0$$

$$\Sigma F_y = R\cdot\text{sen}\theta + T\text{sen}\alpha - p_1 - p_2 = 0$$

$$\Sigma\tau = T\cdot L - p_1\cdot\cos\alpha\cdot L - p_2\cdot\cos\alpha\cdot\frac{L}{2} = 0$$

donde $p_1$ es el peso del objeto que cuelga y $p_2$ el del puntal. El ángulo $\theta$ no tiene por qué tener el mismo valor que en el caso del puntal sin masa.

Resolviendo éste sistema de ecuaciones obtenemos que:

$$\text{tg}\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45º \quad \text{y} \quad R = (p_1 + p_2)\cos\theta = 49{,}5 \text{ N}$$